

## CÁLCULO ON-LINE DE CÍRCULO DE MOHR

GUILHERME A. R. P. PINTO<sup>1</sup>, CRISTIANE P. MARIN<sup>2</sup>, GUSTAVO C. NIRSCHL<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Graduando em Engenharia Civil, Bolsista PIBIFSP, IFSP, Câmpus Votuporanga, guilherme.augustorodrigues15@gmail.com

<sup>2</sup> Professora MSc. da área de Edificações, IFSP, Câmpus Votuporanga, cpradomarin@gmail.com

<sup>3</sup> Professor MSc. da área de Edificações, IFSP, Câmpus Votuporanga, nirschl@gmail.com  
Área de conhecimento (Tabela CNPq): Mecânica das Estruturas – 3.01.02.04-9

Apresentado no  
7º Congresso de Iniciação Científica e Tecnológica do IFSP  
29 de novembro a 02 de dezembro de 2016 - Matão-SP, Brasil

**RESUMO:** Existem inúmeros programas de computador que realizam praticamente todos os cálculos de Engenharia Civil. Normalmente, tais programas mostram somente os resultados finais ou alguns passos para se chegar até eles. Neste contexto, foi criado um grupo de pesquisa (chamado NEVE, cadastrado no CNPq) para criar programas que façam cálculos ordinários na engenharia. Levando em consideração a evolução tecnológica, o desenvolvimento dos aplicativos é feito na linguagem HTML/Javascript, que pode ser estudada em W3... (2016), permitindo a disponibilização on-line, numa página de internet já criada (<http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>). Dessa forma, trabalhou-se no desenvolvimento de um programa que calcula o Círculo de Mohr para quaisquer pares de tensão no Estado Plano. A construção de Círculos de Mohr pode ser estudada em Beer (2011) ou em Hibbeler (2010).

**Palavras-chave:** *Círculo de Mohr, página de internet, programa de computador.*

## ONLINE CALCULATION OF MOHR CIRCLE

**ABSTRACT:** There are many softwares that perform almost all calculations of Civil Engineering. Typically, such programs only show the final results or some steps to get to them. In this context, a research group (called NEVE, registered in CNPq) was created to develop programs that execute ordinary calculations on engineering. Taking account of technological evolution, the development of applications is done in HTML / JavaScript, which can be studied in W3... (2016), allowing availability in a web page already created (<http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>). Therefore, a program that calculates the Mohr Circle for any stress pairs in the Plane State was created. The construction of Mohr Circles can be studied in Beer (2011) or Hibbeler (2010).

**Keywords:** *Mohr Circle, web page, software.*

## INTRODUÇÃO

Quando se calcula a tensão num determinado ponto de um elemento estrutural, a princípio faz-se considerando um plano perpendicular à força atuante, gerando uma tensão normal ( $\sigma$ ) e um plano paralelo à força atuante, gerando uma tensão tangencial ou cisalhante ( $\tau$ ). Para o dimensionamento da região do elemento estrutural, essas tensões podem não ser suficientes, sendo necessário calcular as tensões principais naquele ponto, que são a máxima e a mínima tensão normal a determinados planos inclinados em relação ao plano perpendicular à força atuante (planos principais).

O chamado Círculo de Mohr é justamente uma representação gráfica das tensões que ocorrem num determinado ponto da estrutura, em todos os seus planos inclinados. Conforme Beer (2010), o Círculo de Mohr se baseia em considerações geométricas simples, possibilitando visualizar graficamente o estado de tensão num determinado ponto de um elemento estrutural, o que levará ao posterior dimensionamento do elemento.

Neste contexto, foi desenvolvida uma página de internet intuitiva e funcional que possibilita realizar os cálculos e os desenhos do Círculo de Mohr a partir das tensões num ponto.

## MATERIAL E MÉTODOS

Dado um certo Estado Plano inicial de tensão num corpo, para se chegar ao Círculo de Mohr, essencialmente deseja-se analisar o comportamento das tensões quando os eixos de referência são girados, conforme a Figura 1.

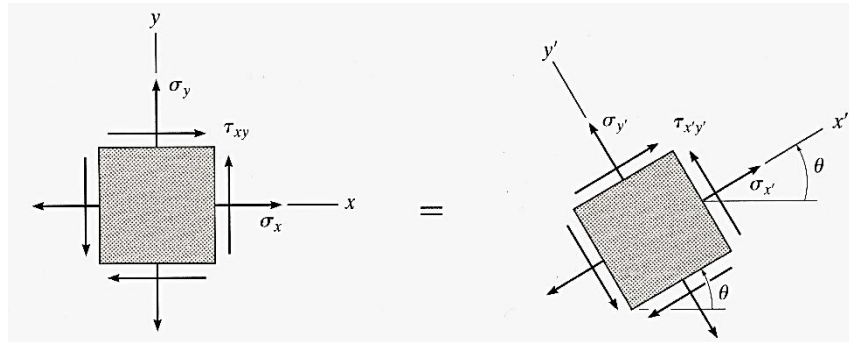


FIGURA 1. Mudança dos eixos de referência. Fonte: Hibbeler (2010).

Após algumas manipulações algébricas, Hibbeler (2010) mostra as expressões para as novas condições de tensão ( $\sigma_{x'}$  e  $\tau_{x'y'}$ ):

$$\sigma_{x'} = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (1)$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (2)$$

em que,

- $\sigma_x$  = Tensão normal na direção x;
- $\sigma_y$  = Tensão normal na direção y;
- $\tau_{xy}$  = Tensão de cisalhamento;
- $\theta$  = ângulo de rotação do novo eixo em relação a x.

Mohr rearranjou as equações anteriores de modo a equacionar um círculo que ilustra todos pares de tensão para qualquer ângulo de inclinação:

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \Rightarrow (\sigma_{x'} - \sigma_{méd})^2 + \tau_{x'y'}^2 = R^2 \quad (3)$$

em que,

$$\sigma_{méd} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \text{é a coordenada x do centro do círculo;}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \text{é o raio do círculo.}$$

A Equação (3) produz o resultado gráfico genérico mostrado na figura 2.

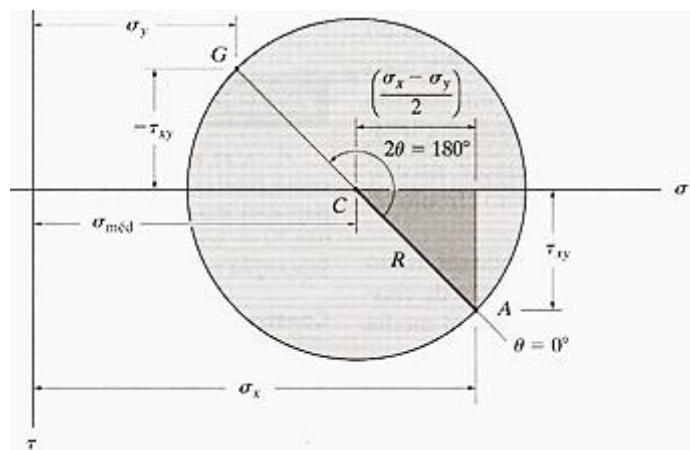


FIGURA 2. Círculo de Mohr. Fonte: Hibbeler (2010)

Usando HTML/Javascript, desenvolveu-se uma página de internet para calcular e construir um Círculo de Mohr, a partir de valores de tensão quaisquer, no Estado Plano.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao entrar na página (publicada em <http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>), o usuário irá visualizar o conteúdo mostrado na figura 3.



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SÃO PAULO  
Campus Voluparanga

[VOLTAR À PÁGINA PRINCIPAL DO NEV](#)

Título	Data	Autor	Orientador	Tipo	Curso
CÁLCULO DE CÍRCULO DE MOHR	15/12/2016	<a href="#">Guilherme Augusto Rodrigues Peres Pinto</a>	<a href="#">Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl</a>	Iniciação Científica com bolsa institucional	Engenharia Civil

Insira as tensões e o ângulo para saber as novas componentes,  
ou somente as tensões para saber as tensões e inclinação críticas

$\sigma_x$  (MPa):   
 $\sigma_y$  (MPa):   
 $\tau_{xy}$  (MPa):   
 Ângulo de inclinação:

Novas tensões

$\sigma_{x'}$  (MPa) =  
 $\sigma_{y'}$  (MPa) =  
 $\tau_{x'y'}$  (MPa) =

Tensões máximas

Tensão principal (MPa) =  
 Ângulo da Tensão principal =  
 Tensão de cisalhamento (MPa) =  
 Ângulo da Tensão de cisalhamento (MPa) =  
 Tensão média =

FIGURA 3. Apresentação da página criada. Fonte: o próprio autor.

A figura 4 a seguir exemplifica os resultados fornecidos pela página.



[VOLTAR À PÁGINA PRINCIPAL DO NEV](#)

Título	Data	Autor	Orientador	Tipo	Curso
CÁLCULO DE CÍRCULO DE MOHR	15/12/2016	Guilherme Augusto Rodrigues Peres Pinto	Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl	Iniciação Científica com bolsa institucional	Engenharia Civil

Insira as tensões e o ângulo para saber as novas componentes,  
ou somente as tensões para saber as tensões e inclinação críticas

$\sigma_x$  (MPa):  
-20  
 $\sigma_y$  (MPa):  
90  
 $\tau_{xy}$  (MPa):  
60  
Ângulo de inclinação:  
-30

Novas tensões

$\sigma'_x$  (MPa) = -44.462  
 $\sigma'_y$  (MPa) = 114.462  
 $\tau'_{x'y'}$  (MPa) = -17.631

Tensões máximas

Tensão principal (MPa) = 116.394 e -46.394  
Ângulo da Tensão principal = -23.745 e 66.255  
Tensão de cisalhamento (MPa) = 81.394  
Ângulo da Tensão de cisalhamento (MPa) = 21.255 e 111.255  
Tensão média = 35.000

Desenhar

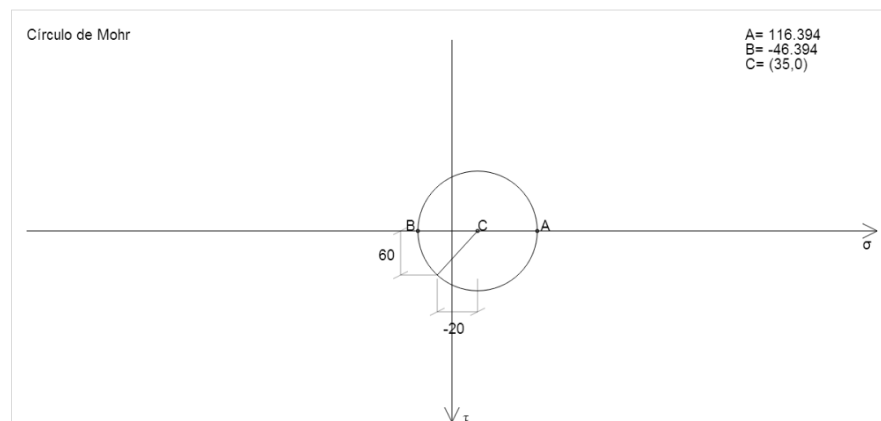


FIGURA 4. Exemplo de resultados fornecidos pela página. Fonte: o próprio autor.

## CONCLUSÕES

Apesar de o programa já estar funcionando adequadamente, serão implantadas melhorias na parte gráfica e funcional, ampliando suas aplicações para o Estado Geral de Tensões e para os Estados de Deformação. Além disso, será criada a geração do relatório pdf contendo todas as equações e premissas utilizadas internamente para o cálculo e desenho final do Círculo de Mohr.

## AGRADECIMENTOS

Ao IFSP-Votuporanga, que me cedeu todas as ferramentas para realizar esse trabalho, e aos meus brilhantes orientadores, que sempre demonstram perícia e generosidade notáveis.

## REFERÊNCIAS

BEER, F.P.; JOHNSTON, E. R. Jr. **Resistência dos materiais**. 3.ed. São Paulo: Makron Books, 2011.

HIBBELER, R.C. **Resistência dos materiais**. 7.ed. São Paulo: Pearson, 2010.

W3 schools. Disponível em <<http://www.w3schools.com>>. Acesso em 9 jun 2016.